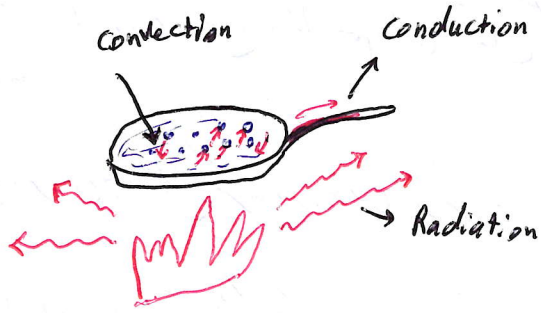


فهرست مطالب:	
عنوان	شماره صفحه
فصل اول: اصول و انواع مکانیسم انتقال گرما (تابشی، هدایتی، جابه‌جایی)	۱
شیوه‌های انتقال حرارت	
انتقال حرارت هدایتی	۱
انتقال حرارت به روش همرفت	۲
انتقال حرارت به روش تابش	۶
فصل دوم: معادلات هدایت حرارتی (یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی) و مقاومت حرارتی	۱۰
هدایت حرارتی یک بعدی	۱۳
هدایت حرارتی سه بعدی	۱۴
مقاومت حرارتی	۱۴
مقاومت هدایتی در دیواره مسطح	۱۷
مقاومت جابه‌جایی در دیواره مسطح	۱۷
مقاومت هدایتی در استوانه	۱۸
مقاومت جابه‌جایی در استوانه	۲۰
مقاومت حرارتی در کره	۲۰
ضریب انتقال حرارت کلی	۲۵
عایق‌بندی	۲۵
ضخامت بحرانی عایق	۲۸
دیوار تخت با منبع گرمایی	۲۹
استوانه با منبع گرمایی	۳۱
فصل سوم: انتقال حرارت جابه‌جایی	۳۴
لایه مرزی جابه‌جایی	۳۸
لایه مرزی هیدرودینامیکی	۳۸
لایه مرزی گرمایی	۳۸
ضریب جابه‌جایی موضعی و ضریب جابه‌جایی متوسط	۳۹
جریان آرام و متلاطم	۴۱
عدد پرانتل	۴۳
تشابه اندازه حرکت و گرما	۴۵
تشابه رینولدز	۴۸
تشابه چیلتون-کلبورن	۴۸
جریان بر روی صفحه تخت	۴۹
جریان عمود بر استوانه	۴۹
اعداد بدون بعد	۵۱
فصل چهارم: مبدل‌های حرارتی	۵۴
	۵۹

دهم	معادله هدایت حرارت یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی
یازدهم	کلیات انتقال حرارت به روش تابش و رابطه استفان بولتزمن
دوازدهم	انواع مقاومت‌های حرارتی (هدایتی، جابه‌جایی و تشعشعی) در دیوار مسطح، استوانه و کره، ضریب کلی انتقال حرارت در سیستم‌های دکارتی و شعاعی
دوازدهم	عایق‌بندی، ضخامت بحرانی عایق در سیستم‌های شعاعی انواع مبدل‌های حرارتی و نقش حرکت نسبی سیالات سرد و گرم در آن‌ها
سیزدهم	روش LMTD جهت محاسبه انتقال حرارت و ضریب کلی انتقال حرارت، مباحث پایانی انتقال حرارت و حل تمرین‌های تکمیلی و رفع اشکالات در زمینه انتقال حرارت
چهاردهم	تعریف کلی انتقال جرم، معرفی فرایندهای عملیات انتقال جرم، نفوذ مولکولی، قانون اول فیک و قانون دوم فیک
چهاردهم	تعریف ضریب نفوذ و مفهوم مولکولی و نحوه‌ی محاسبه آن در گازها و مایعات
پانزدهم	انتقال جرم در حالت آرام و غلظت مربوط
شانزدهم	آشنایی با ابعاد بدون بعد در انتقال جرم و روش محاسبه ضریب انتقال جرم
شانزدهم	انتقال جرم از یک فاز به فاز دیگر و ضرایب انتقال جرم کلی، آشنایی با دستگاه‌های صنعتی مرتبط با انتقال جرم

\* در حین از مواد هر سه شیوه انتقال دارد و وجود دارد:



**هدایت (Conduction):** اگر در یک جسم حرارت از یک طرف جسم به طرف دیگر آن انتقال یابد، که انتقال

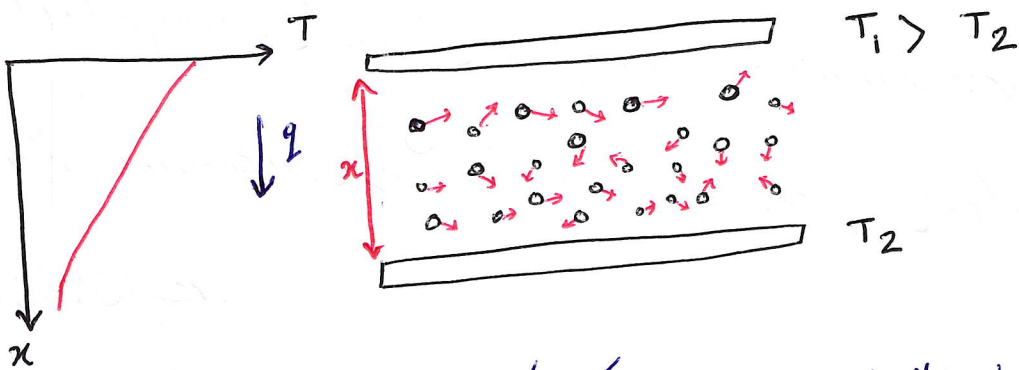
انرژی از طریق برخورد مولکول ها و یون ها به یکدیگر صورت می گیرد، به این روش انتقال حرارت هدایت گویند.

\* هدایت در سه حالت ماده (جامد، مایع و گاز) انجام می شود.

برای توضیح مکانیسم فیزیک هدایت (رسانش)، گاز ساکن را در نظر بگیرید که فضای بین دو صفحه را اشغال کرده است،

این دو صفحه دارای دماهای متفاوت اند، در نتیجه، شیب دما در گاز به وجود می آید. دما در هر نقطه از گاز را می توان به انرژی

مولکول ها، موجود در محلی آن نقطه نسبت داد. این انرژی، از حرکت انتقال، چرخشی و نوسانی مولکول ها ناشی



می شود.

\* در مایعات نیز وضع به همین منوال است با این تفاوت که مولکول ها به هم نزدیک ترند و برهم کنش های مولکول

در آن ها قوی تر و مکرر تر است.

\* در جامد ها نوبت وارد تعاش می کشد ها (که ناشران فعالیت اتم ها است) و در هادی ها علاوه بر آن توسط الکترون ها

آزاد، حرارت منتقل می شود.

ضریب هدایت حرارتی (k) به دو پارامتر بستگی دارد: ۱. جنس ۲. دما

**جنس:** ضریب هدایت حرارتی مانند ضریب هدایت الکتریکی است، یعنی آنکه هر چقدر رسانایی در ضریب هدایت حرارتی بیشتر خواهد بود.

گازها > مایعات > غیر فلزات > رساناها > فلزات : ترتیب k

\* چرا اینجور تغییر دوبرابر از گاز استفاده می شود؟ چون کمترین رسانایی الکتریکی و کمترین ضریب هدایت حرارتی را دارد.

نوع ماده	در دمای اتاق	$k \left( \frac{W}{m \cdot K} \right)$	نکته
فقره خالص		428	* الهاس بالاترین ضریب هدایت حرارتی را دارد
مس خالص		401	و ضریب هدایت حرارتی آن حدود پنج برابر مس
طلا		318	خالص است.
آلومینیوم خالص		236	
گازها در فشار اتمسفری		0.0069 - 0.17	
عایق		0.034 - 0.21	
مایعات		0.086 - 0.69	
اسفنج جامد غیر فلزی		0.034 - 2.6	
فلزات مایع		8.6 - 7.6	
سایر رساناها		14 - 120	
فلزات خالص		52 - 410	

\* شار حرارتی هدایت (q'') به صورتی نسبت انتقال حرارت هدایتی (q) به سطح مقطع عمود بر جهت جریان



6/

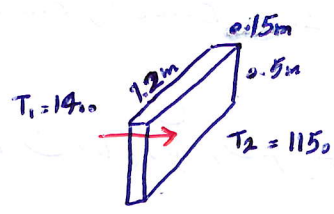
دیواره یک کوره، ضخامت و ضریب رسانش این دیواره به ترتیب  $0.15\text{ m}$  و  $1.7 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  است. ابعاد دیواره  $0.5\text{ m} \times 1.2\text{ m}$  و دما در سطح داخلی و خارجی آن، به ترتیب  $1400\text{ K}$  و  $1150\text{ K}$  است. دفع گرما از دیواره را بیابید.

$L = 0.15\text{ m}$

$k = 1.7 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$

$T_1 = 1400\text{ K}$

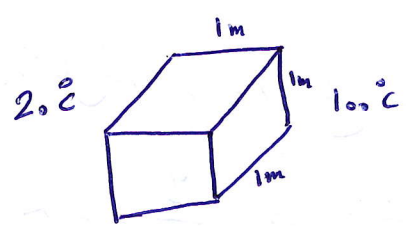
$T_2 = 1150\text{ K}$



$A =$

$$q = - \frac{kA(T_2 - T_1)}{L} = - \frac{1.7(0.6)(1150 - 1400)}{0.15} = 1700\text{ W}$$

صفه‌ای با ابعاد یک متر در یک متر از جنس فولاد در بین دو سطح بادماهای  $20^\circ\text{C}$  و  $100^\circ\text{C}$  قرار دارد. میزان انتقال حرارت بین دو سطح را بدست آورید. ضریب انتقال حرارت هوائی  $100 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  است؟



$$q = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$q = -100 \times 1 \times 1 \times \frac{20 - 100}{1} = -8000\text{ W}$$

انتقال حرارت به روش هرفت (Convection Heat Transfer): انتقال حرارت بر اثر حرکت و

جاب جایی سیال را انتقال حرارت هرفت می نامند که خود به دو صورت جاب جایی اجباری و جاب جایی آزاد دسته بندی می شوند.

اجباری: در این روش جاب جایی مولکول ها با استفاده از ایجاد نیروی محرکه ای مانند پمپ، توربین ها و غیره صورت می گیرد.

غیر اجباری (آزاد): در این حالت به دلیل اختلاف چگالی سیال گرم و سرد جاب جایی مولکول ها به صورت خود بخود اتفاق می افتد.

انتقال گرما در جاب جایی میان یک سیال متحرک و یک سطح گرم را در نظر بگیرید. برهم کنش بین سیال و سطح باعث

\* رابطه انتقال حرارت جابجایی:

قانون سرریش نیوتن

\* در دستگاه SI:

$$T: ^\circ C, h: \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}, A: m^2, q: W$$

\* در دستگاه انگلیسی:

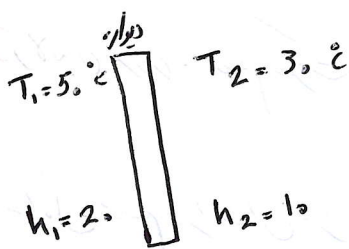
$$T = ^\circ F, A: ft^2, h = \frac{Btu}{hr \cdot ft^2 \cdot ^\circ F}, q = \frac{Btu}{hr}$$

\* میزان  $h$  برای سیال ساکن (جابجایی طبیعی) بیشتر از  $h$  در جابجایی اجباری است.

\* ضخیم بسیار نازک زیرا در نظر گرفته و دما آن را محاسبه کنید.

$$30 < T_s < 50$$

\* اگر دمای سیال بیشتر از سطح در جابجایی طبیعی و  $T_{\infty} < T_s$  عکس می شود



$$q_1 = q_2$$

$$h_1 (T_{\infty} - T_s) = h_2 (T_s - T_{\infty})$$

$$20 (50 - T_s) = 10 (T_s - 30) \Rightarrow 1000 - 20T_s = 10T_s - 300 \Rightarrow T_s = 43.33$$

\* برای آنکه آب در 1 atm، جوش آید باید دما سطح آن 232 °F و فشار 3 x 10<sup>4</sup> Btu / (h.ft<sup>2</sup>) باشد.

ضریب انتقال گرما چقدر است؟

\* نقطه جوش آب در فشار 1 atm 212 °F و 100 °C می باشد.

$$q = h.A.\Delta T$$

$$h = \frac{q/A}{\Delta T} = \frac{3 \times 10^4}{232 - 212} = 1500 \frac{Btu}{h.ft^2 \cdot ^\circ F}$$

10/  $q_k = q_2 \Rightarrow T_{w1} - T_{w2} = 2T_{w2} - 50 \Rightarrow T_{w1} - 3T_{w2} = -50$  (2)

(1), (2)  $\begin{cases} 2T_{w1} - T_{w2} = 60 \\ T_{w1} - 3T_{w2} = -50 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} T_{w1} = 46^\circ \text{C} \\ T_{w2} = 32^\circ \text{C} \end{matrix}$

$\frac{q_k}{A} = 46 - 32 = 14 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

\* انتقال حرارت به روش تابشی (Radiation Heat Transfer): تشعشع گرمایی به انرژی مادری

از ماده ای در دما و محیط اطراف می شود. تشعشع در تمام حالت های ماده (جامد، مایع و گاز) برای تغییر وضعیت الکترون ها ماده روی می دهد. انرژی تشعشع توسط امواج الکترومغناطیسی (فوتون ها) منتقل می شود و برخلاف هدایت و جابه جایی نیازمند محیط مادی نیست و اساساً، انتقال تشعشع در خلأ بهتر صورت می گیرد.

\* تابش به سطح، که اختلاف دما بین دو سطح بیگانه دارد.

\* مثلاً به دور روشن قبل، سطح عمود بر تابش انتقال حرارتی است، اختلاف دما در سطح در روش تابشی می تواند

4  $(T^4)$  انتقال حرارتی تابشی تغییر می کند و که ضریب استفان - بولتزمن یک عدد ثابت است که برای هر تاب فوتون از یک جسم کاملاً سیاه بدست آمده است.

\* رابطه انتقال حرارت به روش تشعشع:

$q = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$

↑ (دما) جسم  
↑ (دما) محیط  
↑ (سطح جسم)  
↑ (تابش استفان بولتزمن)

T: همگرا به کلونین است

$5.669 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} = \sigma$



$$A = 2\pi r \cdot L$$

چون اختلاف دما را از خواص مهم نیست پس در این باره

چون دما توان چهار داره و دما را در محاسبه کلون با اثر

$$\frac{Q}{L} = 15 (3.14 \times 0.07) (200 - 25) + 0.8 \times 5.669 \times 10^{-8} (3.14 \times 0.07) (473^4 - 298^4)$$

$$\frac{Q}{L} = 576.975 + 423.779 = 1000.754$$

تمرین

\* یک وسیله کروی به قطر 0.5m حامل وسایل الکتریکی است که 150W گرما تولید می کند. اگر ضریب صدور سطح 0.8 باشد و این وسیله از منبع دیگر مانند خورشید تابش دریافت کند دمای سطح آن چقدر است؟

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2$$

$$Q_{\text{radiation}} = \epsilon \sigma A T^4 \Rightarrow 150 = 0.8 \times 5.669 \times 10^{-8} \times \pi (0.5)^2 \times T_s^4$$

$$T_s = 254.73 \text{ K}$$

تمرین

\* یک ورق مربعی به ضلع 30 cm و دمای 5°C در معرض هوای 20°C واقع است. کل اختلاف گرما در دو طرف ورق

با ضریب گسیل سطح 0.8 را محاسبه کنید.  $\epsilon = 0.8, T_{\infty} = 20^\circ\text{C}, T_w = 5^\circ\text{C}, A = (0.3 \times 0.3) \text{ m}^2, h = 4.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$

$$Q = Q_{\text{تابش}} + Q_{\text{جابجایی}}$$

$$Q_{\text{جابجایی}} = h A (T_w - T_{\infty}) = 4.5 (0.09) (5 - 20) = 12.15 \text{ W}$$

$$Q_{\text{تابش}} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4) = 0.8 (5.669 \times 10^{-8}) (0.09) (323^4 - 293^4) = 14.33$$

$$Q = 12.15 + 14.33 = 26.48$$

\* از دو طرف صفحه اشتغال دارد و در هر دو طرف

$$Q_{\text{total}} = 2 \times 26.48 = 52.96$$



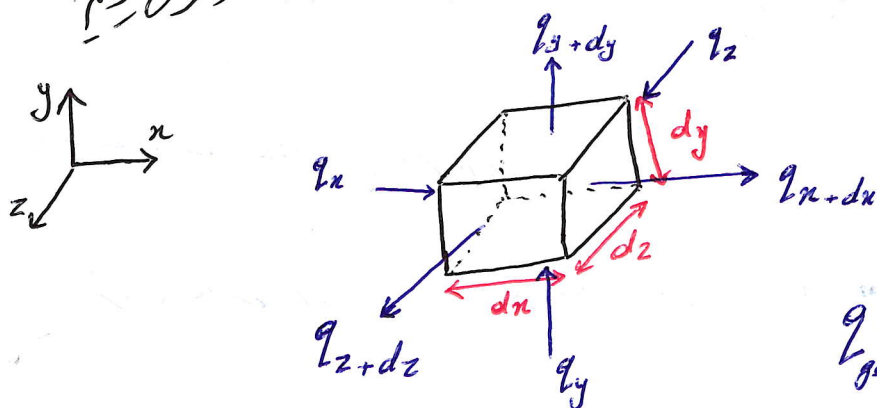
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

معادله یک بعدی:

\* معادله سه بعدی (Three-dimensional conduction):

\* معادله سه بعدی معادله داریم: 1. کارتهای 2. اسوانهای 3. کره

\* برای جسمی در فضاهای کارتهای یک واحد (کعبه) با ابعاد  $dx$ ،  $dy$  و  $dz$  در نظر بگیریم.



$$q_{gen} = \dot{q} dx dy dz$$

$$q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} + q_{gen} = \frac{dE}{dt}$$

$$q_x = -k dy dz \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k dx dz \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$q_{x+dx} = - \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dy dz$$

$$q_{y+dy} = - \left[ k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy \right] dx dz$$

$$q_{z+dz} = - \left[ k \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] dx dy$$

$$q_{gen} = \dot{q} dx dy dz, \quad \frac{dE}{dt} = \rho c dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t}$$

\* انتقال حرارت یک بعدی:

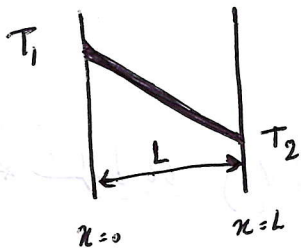
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

\* انتقال حرارت یک بعدی، پایا و بدون منبع حرارت داخلی:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

\* هر چقدر  $\alpha$  بیشتر باشد یعنی قدرت هدایت ماده بیشتر است. در واقع ضریب نفوذ حرارت  $(\alpha)$  توانایی هدایت حرارتی ماده را نسبت به توانایی ذخیره انرژی حرارتی در همان ماده نشان می دهد.

\* توزیع دما در یک دیواره تحت بدون منبع تولید گرما در حالت پایا:



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \xrightarrow[\text{معادله}]{\text{با حل این}} T = C_1 x + C_2$$

ثابت  $C_1$  و  $C_2$  از شرایط مرزی بدست می آیند.

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow T=T_1 \Rightarrow T_1 = C_2 \\ x=L \Rightarrow T=T_2 \Rightarrow T_2 = C_1 L + T_1 \Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L} \end{array} \right.$$

$$T = \left( \frac{T_2 - T_1}{L} \right) x + T_1$$

ما باید بدانیم  $C_1$  و  $C_2$  در رابطه با \*

$$\dot{q} = -kA \frac{dT}{dx} = -kA \frac{d}{dx} \left[ (T_2 - T_1) \frac{x}{L} + T_1 \right]$$

$$\dot{q} = -kA \frac{T_2 - T_1}{L} = kA \frac{T_1 - T_2}{L}$$

دما کوچکتر  $\rightarrow$  دما بزرگتر

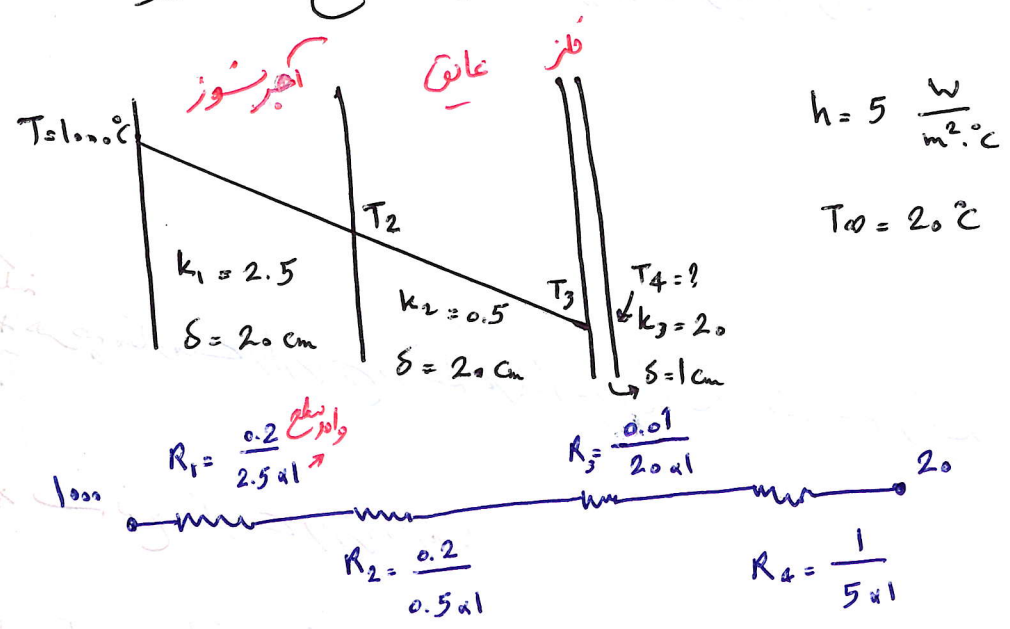
\* مقاومت جابه جایی دیواره مسطح:  
 سطح دیواره مسطح و سیال مجاور

$$q = h A (T_s - T_\infty)$$

$$R = \frac{(T_s - T_\infty)}{q}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{hA}$$

\* دیوار کوره ای از 3 لایه، آکبرنوز، عایق و فلز تشکیل شده است. سطح بیرونی دیوار در معرض هوا قرار دارد. با توجه به شکل نشان داده شده، دماهای مجهول و شرایط حرارتی را برای واحد سطح بدست آورید.



$$\frac{q}{A} = \frac{1000 - 20}{\sum R} = \frac{980}{(0.08 + 0.4 + 0.0005 + 0.2)} = 1440.12$$

$0.685$

$$\frac{q}{A} = \frac{1000 - T_2}{R_1} \Rightarrow \frac{1000 - T_2}{0.08} = 1440.12 \Rightarrow T_2 = 884.79$$

$$\frac{q}{A} = \frac{884.79 - T_3}{0.4} \Rightarrow \frac{884.79 - T_3}{0.4} = 1440.12 \Rightarrow T_3 = 308.742$$

$$\frac{q}{A} = \frac{308.742 - T_4}{0.0005} \Rightarrow \frac{308.742 - T_4}{0.0005} = 1440.12 \Rightarrow T_4 = 308.02$$

نکته

\* مقاومت حرارتی در استوانه به صورت زیر است:

20

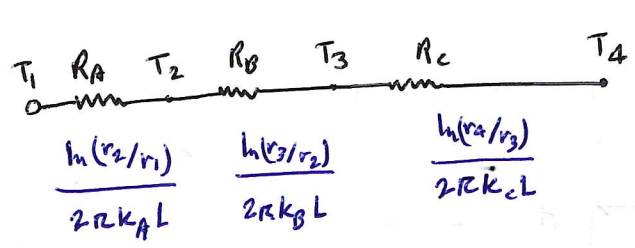
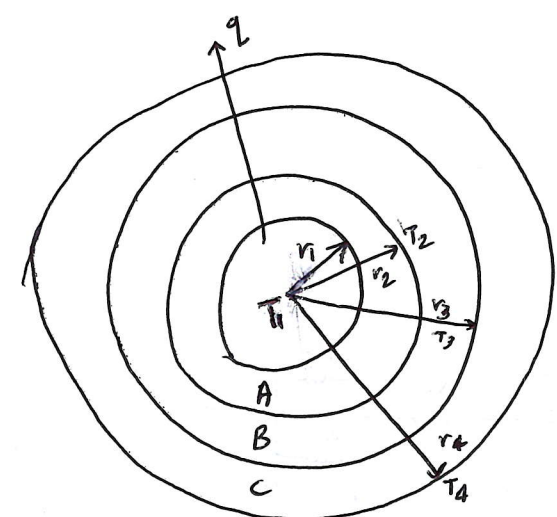
شعاع خارجی استوانه

مقاومت حرارتی (مداری)

$$R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k L}$$

$\ln(r_2/r_1)$  → شعاع داخلی استوانه  
 $2\pi k L$  → طول استوانه  
 $k$  → ضریب هدایت حرارتی

\* استوانه مرکب:



$$R_{tot} = R_A + R_B + R_C$$

\* مساحت استوانه  $2\pi r L$  → شعاع  $r$  → طول استوانه  $L$

نکته

\* مقاومت جابجایی (Convection) بین سطح خارجی استوانه و سیال مجاور آن برابر است با:

$$R = \frac{1}{hA}, \quad A = 2\pi r L = \pi D L$$

نکته

\* از آنجا که

$$q = \frac{\Delta T}{\Sigma R}$$

در استوانه برابر است با:  $q = \frac{\Delta T}{\Sigma R}$

$$q = \frac{2\pi k L (T_i - T_o)}{\ln(r_o/r_i)}$$

شعاع داخلی استوانه  $\ln(r_o/r_i)$  → شعاع خارجی استوانه  $r_o$

نکته

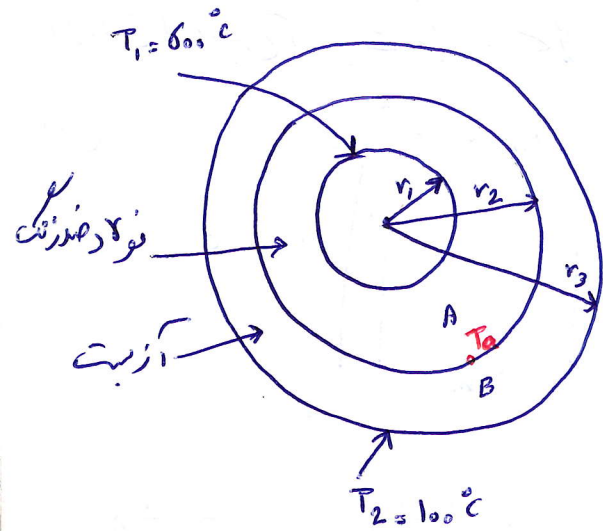


22/  $\left[ k = 19 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right]$  با شعاع داخلی 18% Cr، 8% Ni

2 cm (ID) و شعاع خارجی 4 cm (OD) با یک لایه 3 cm ازبست  $\left[ k = 0.2 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right]$  پوشانیده شده.

است. اگر دمای داخل لوله برابر  $600^\circ C$  باشد دما را در آن طرف برای برآورد طول را می‌توانید. همچنین دمای

سطح مشترک لوله - عایق را می‌توانید. (دما را ~~محاسبه~~ <sup>معمول</sup>  $100^\circ C$  را بگذار).



$$\frac{T_1 - T_a}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_A L}} = \frac{T_a - T_2}{\frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_B L}}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi (T_1 - T_2)}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k_A} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_B}} = \frac{2\pi (600 - 100)}{\frac{\ln 2}{19} + \frac{\ln 1.75}{0.2}} = 1107.97$$

~~314~~

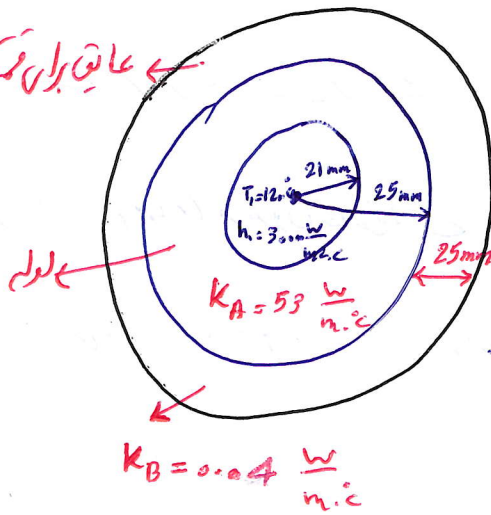
$$\frac{q}{L} = \frac{2\pi (T_a - T_2)}{\frac{\ln(r_3/r_2)}{k_B}} = 1107.97 \Rightarrow$$

$$\frac{(2 \times 3.14) (T_a - 100)}{\frac{\ln 1.75}{0.2}} = 1107.97 \Rightarrow 6.28 T_a - 628 = 3100.10$$

$$6.28 T_a = 3728.10 \Rightarrow T_a = 593.6^\circ C$$

24/  $q$  (W/m) (k=0.04  $\frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ ) 2.5 cm بر روی لوله نصب کردیم، میزان گامش آنقدر حرا را بدست

آورید.



$$T_2 = 20^\circ C$$

$$h_2 = 5 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$T_1 = 120^\circ C \quad R_{conv,1} \quad R_A \quad R_{conv,2} \quad T_2 = 20^\circ C \quad (\text{الف})$$

$$\frac{1}{h_1 A_1} \quad \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_p L} \quad \frac{1}{h_2 A_2}$$

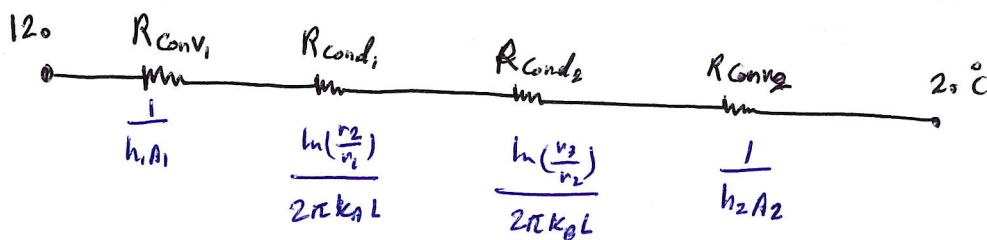
\* برای واحد طول  $L=1$

$$q = \frac{120 - 20}{\frac{1}{3000(0.13)} + \frac{\ln(0.025/0.021)}{2(53)1} + \frac{1}{5(0.16)}} = 79.80 \frac{W}{m}$$

~~0.0026~~      ~~0.0005~~      ~~1.25~~

$$A_1 = 2\pi r L = 2(3.14 \times 0.021 \times 1) = 0.13$$

$$A_2 = 2\pi r L = 2(3.14 \times 0.025 \times 1) = 0.16$$



$$q = \frac{120 - 20}{0.0026 + 0.0005 + \frac{\ln(0.05/0.025)}{2(3.14 \times 0.04 \times 1)} + \frac{1}{5 \times 0.314}} = \frac{100}{3.3831} = 29.56 \frac{W}{m}$$

~~0.89~~      ~~0.2512~~      ~~0.64~~

2.74

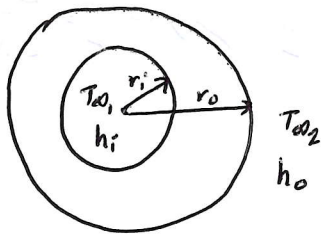
$$A_2 = 2\pi r L = 2(3.14 \times 0.05 \times 1) = 0.314$$

\* در رابطه قبل  $U$  را ضریب انتقال حرارت کلی می نامیم و به صورت زیر تعریف می کنیم:

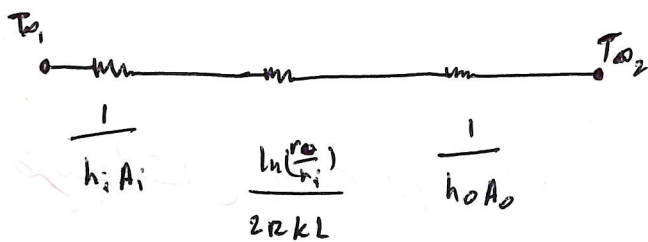
$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{L}{k} + \frac{1}{h_o}$$

\* برای مقایسه کارایی در مدل وارسی  $U$  حالت  $\infty$  را با هم مقایسه می کنیم.

\* ضریب انتقال حرارت کلی در سطح های شعاعی: در یک استوانه توخالی با شعاع و مساحت داخلی  $r_i$  و  $A_i$  و شعاع و مساحت خارجی  $r_o$  و  $A_o$  و ضریب هدایت  $k$  که دو سیال با دماهای  $T_{\infty 1} < T_{\infty 2}$  را از هم جدا کرده است، داریم:



$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi k L} + \frac{1}{h_o A_o}}$$



ضریب انتقال حرارت کلی بر حسب مساحت داخلی استوانه

ضریب انتقال حرارت کلی بر حسب مساحت خارجی استوانه

\* رابطه بالا را به صورت زیر نیز می توان نوشت:

$$q = U_i A_i (T_{\infty 1} - T_{\infty 2}) = U_o A_o (T_{\infty 1} - T_{\infty 2})$$

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{A_i \ln(r_o/r_i)}{2\pi k L} + \frac{A_i}{A_o} \frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U_o} = \frac{A_o}{A_i} \frac{1}{h_i} + \frac{A_o \ln(r_o/r_i)}{2\pi k L} + \frac{1}{h_o}$$

\* معمولاً  $U$  انتخاب می شود زیرا در طول استاندارد تنظیم دماها بر مبنای قطر خارجی دایره تنظیم می شوند.

$$q = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

(2)

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{conv}_1}} = \frac{300 - T_2}{0.0311} = 358.75 \Rightarrow T_2 = 288.8^\circ \text{F}$$

$$q = \frac{T_2 - T_3}{R_{\text{conv}_1} + R_{\text{cond}_1}} = \frac{300 - T_3}{0.0311 + 0.00083} = 358.75 \Rightarrow T_3 = 288.5^\circ \text{F}$$

$$q = \frac{T_1 - T_4}{R_{\text{conv}_1} + R_{\text{cond}_1} + R_{\text{cond}_2}} = \frac{300 - T_4}{0.0311 + 0.00083 + 0.7690} = 358.75 \Rightarrow T_4 = 156.17^\circ \text{F}$$

$$q = U_o A_o (T_i - T_o) \Rightarrow U_o = \frac{q}{A_o (T_i - T_o)} = \frac{q}{L} \quad \begin{matrix} \text{مقدار انتقال حرارت} \\ \text{برای واحد سطح} \end{matrix}$$

(3)

$$U_o = \frac{358.75}{3.14 \left( \frac{4.5}{12} \right) (300 - 80)} = \frac{358.75}{259.05} = 1.38 \frac{\text{Btu}}{\text{hr. ft}^2 \cdot ^\circ \text{F}}$$

\* عایق بندی (Insulating): به منظور کاهش میزان انتقال حرارت از یک منبع گرمایی به محیط

اطراف آن از عایق استفاده می‌کنیم. عایق‌ها موادی با ضریب هدایت حرارتی پایین و در نتیجه مقاومت حرارتی بالا

هستند و به میزان قابل توجهی از انتقال حرارت جلوگیری می‌کنند. هرچه حجم هوای داخل عایق بیشتر باشد کیفیت

عایق بهتر است و مقاومت بیشتری در مقابل انتقال حرارت دارد زیرا ضریب هدایت هوا بسیار پایین است.



$$\frac{dq}{dr_o} = \frac{0 - \left[ 0 + 0 + \frac{1}{2\pi k_o L \left(\frac{r_o}{r_i}\right)} - \frac{1}{2\pi L h_o} \cdot \frac{1}{r_o} \right] (T_i - T_o)}{\left[ \frac{1}{2\pi r_i L h_i} + \frac{\ln\left(\frac{r_i}{r_o}\right)}{2\pi k L} + \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi k_o L} + \frac{1}{2\pi r_o L h_o} \right]^2} = 0$$

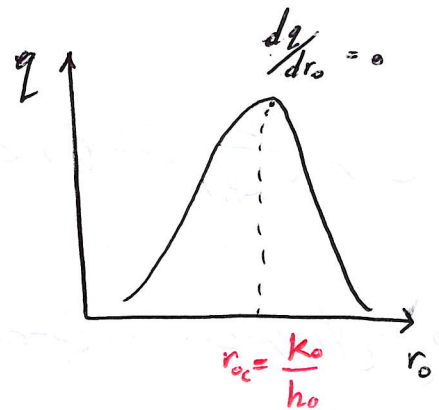
$$\frac{U}{V} \Rightarrow \frac{U'V - V'U}{V^2}$$

$$\frac{dq}{dr_o} = \frac{-2\pi L (T_i - T_o) \left( \frac{1}{k r_o} - \frac{1}{h r_o^2} \right)}{\left[ \frac{\ln(r_o/r_i)}{k} + \frac{1}{r_o h} \right]^2} = 0$$

عایق

$$r_{oc} = \frac{k_o}{h_o}$$

شعاع بحرانی عایق



\* شعاع بحرانی عایق ( $r_o$ )، شعاعی از استوانه (به همراه عایق است) که در آن اختلاف حرارتی از استوانه به محیط، نکته

حد اکثری باشد.

\* اگر شعاع خارجی کمتر از مقدار شعاع بحرانی باشد، آنگاه افت رانندگی عایق موجب افت رانندگی میزان انتقال حرارت خواهد شد. اگر شعاع خارجی از مقدار شعاع بحرانی بزرگتر باشد در چنین حالتی افت رانندگی منتهای عایق میزان نکته

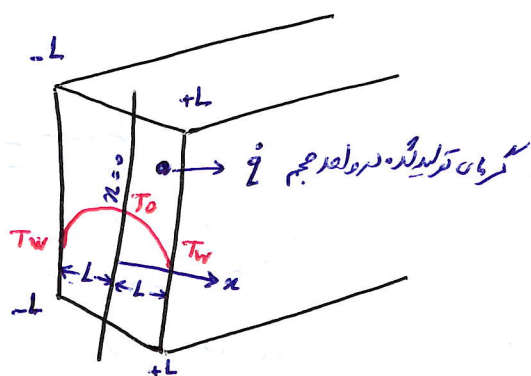
انتقال حرارت را کاهش خواهد داد.

\* یک لوله مسی نازک به قطر خارجی 5 cm توسط عایق آزبست با ضریب هدایت حرارتی  $0.17 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$  عایق بندی مثال

شده است. سطح خارجی عایق در معرض سیال با دمای  $200^\circ C$  و ضریب انتقال حرارت جابه جایی  $3 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  قرار

گرفته است. اگر دمای سطح خارجی لوله مسی در  $200^\circ C$  ثابت بماند. مقدار انتقال حرارت به ازای واحد طول

در سرتاسر دیوار بخش می شود. ضخامت این دیوار در جهت  $x$  برابر  $L$  است و فرض می شود که ابعاد در سایر جهتها به قدری بزرگ هستند که انتقال حرارت از آن جهتها صورت نمی گیرد. بنابراین انتقال حرارت در این سیستم عملاً یک بعدی است فرض می شود مقدار گرمایی که توسط مولد گرمایی در واحد حجم دیوار تولید می شود  $\dot{q}$  یکنواخت و نیز هدایت ترمایی گرمایی دیوار با دما تغییر نکند. چنین شرایطی عملاً در هادی های الکتریکی به هنگام عبور جریان برق وجود دارد. با توجه به مطالب قبل معادله دیوار را توزیع دما در این دیوار خواهد بود:



$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (1)$$

اگر دما در دو طرف دیوار ثابت و برابر با  $T_w$  باشد آنگاه شرایط مرزی مسئله خواهد بود:

$$T = T_w \quad \text{at} \quad x = \pm L$$

با حل (دیوار اشکال گرفته) معادله (1) خواهیم داشت:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (2)$$

\* زیرا آنجا که دما در دو طرف دیوار یکسان است پس  $C_1$  باید صفر باشد  $\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = 0$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} x + C_1 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$T_o = \frac{\dot{q} L^2}{2k} + T_w$$

\* نتایج مشابه می‌تواند با جایگزینی  $T = T_w$  در  $x = L$  در معادله (\*) بدست آورد.

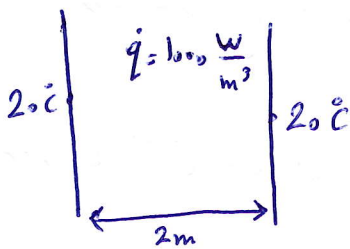
\* معادله توزیع دما را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$\frac{T - T_w}{T_o - T_w} = 1 - \frac{x^2}{L^2}$$

مثال

\* در یک دیوار به ضخامت  $2m$  و ضریب هدایت حرارتی  $k = 10 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ ، حرارت به میزان  $1000 \frac{W}{m^3}$  تولید می‌شود. اگر دما

در طرف دیوار  $20^\circ C$  باشد. دما در مرکز دیوار چقدر است؟



$$T_o = \frac{\dot{q} L^2}{2k} + T_w = \frac{1000 \times 1^2}{2 \times 10} + 20 = 70^\circ C$$

تمرین

\* در حالت پایا، توزیع دما در یک دیوار با ضریب هدایت  $k$  به صورت  $T = -ax^2 + bx + c$  می‌باشد، نرخ تولید حرارت

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

(2) در این دیوار چقدر است؟

$$T = -ax^2 + bx + c \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -2a$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow -2a + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow \dot{q} = 2ak$$

\* استوانه با منبع گرمایی (Cylinder with Heat sources): استوانه ای به شعاع  $R$  را در نظر

بگیرید که علاوه بر هدایت پدید گرمایی ثابت، دارای مولد گرمایی یکنواخت نیز هست. اگر استوانه به قدر کافی طولی باشد

که بتوان فرض کرد توزیع دما در آن فقط تابع شعاع است، آنگاه معادله دیفرانسیل توزیع دما در این استوانه با فرض

$$T = \frac{-\dot{q} r^2}{4k} + c_1 \ln r + c_2$$

و یا

و با استفاده از شرایط مرزی دوم نتیجه می شود:

$$r=R, : \quad \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} = \frac{-\dot{q} R}{2k} = \frac{-\dot{q} R}{2k} + \frac{c_1}{R}$$

$$c_1 = 0$$

به این ترتیب:

از شرط مرزی دوم نیز نتیجه می شود:

$$T = T_w = \frac{-\dot{q} r^2}{4k} + c_2$$

در  $r=R$ 

$$c_2 = T_w + \frac{\dot{q} R^2}{4k}$$

و یا:

در نتیجه جواب معادله توزیع دما خواهد شد:

$$T - T_w = \frac{\dot{q}}{4k} (R^2 - r^2)$$

و یا به شکل دیگر:

$$\frac{T - T_w}{T_o - T_w} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

که  $T_o$  دما در  $r=0$  است و از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_o = \frac{\dot{q} R^2}{4k} + T_w$$

مثال

\* جریان به قطر 200 A از سیم به جنس فولاد ضد زنگ با  $k = 19 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$  و به قطر 3 mm عبور می کند.مقاومت پذیر فولاد برابر  $70 \mu\Omega/cm$  و طول سیم 1 m است. سیم به داخل مایع به دما  $10^\circ C$  فرو برده



## فصل سوم: انتقال حرارت جانبی جابجایی (Convection Heat Transfer):

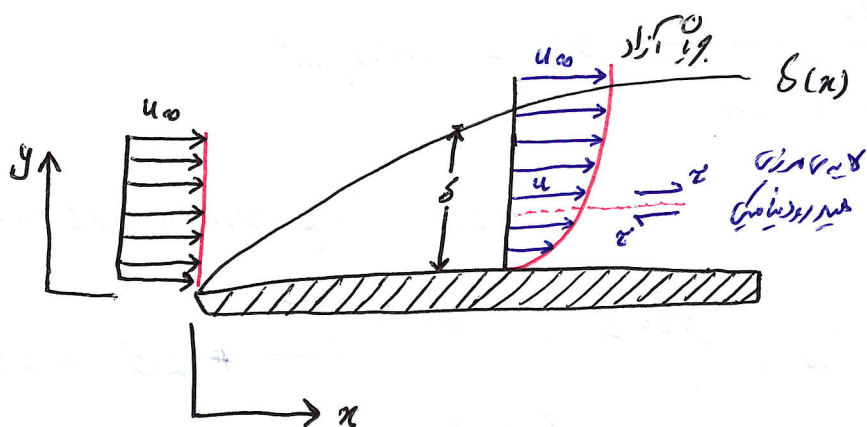
هنگامی که یک سیال روی سطح جامد که دارای دماهای متفاوت هستند در کنار یکدیگر قرار می گیرند به دلیل اختلاف دما بین آن ها انتقال حرارت انجام می شود که عامل این انتقال حرارت، حرکت سیال می باشد. به این نوع از انتقال حرارت انتقال حرارت جانبی می گوئیم.

### لایه های مرزی جانبی جابجایی (Convection boundary layers):

لایه های مرزی نقش مهمی در انتقال گرما جانبی دارند. در این قسمت، لایه های مرزی هیدرو دینامیکی و لایه های مرزی گرمایی را توصیف می کنیم و رابطه آن ها را با ضریب اصطلاح و ضریب انتقال گرما جانبی مورد بحث قرار می دهیم.

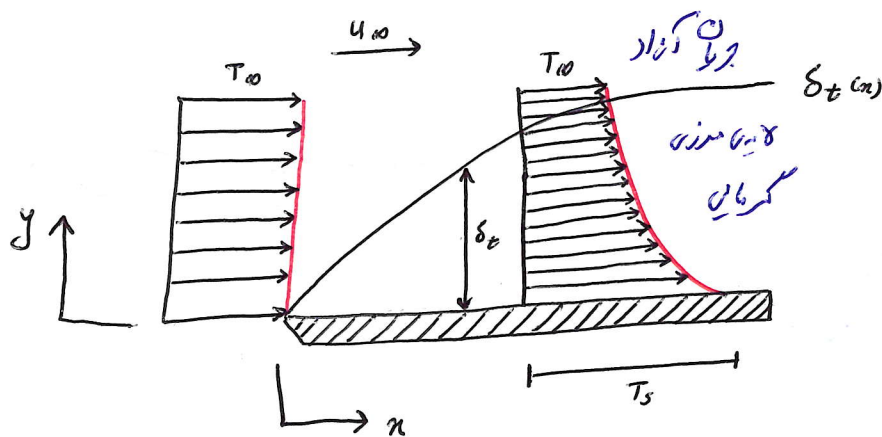
### لایه مرزی هیدرو دینامیکی (Hydrodynamic boundary layer):

شکل زیر، جریان روی یک صفحه تخت را نشان می دهد. سرعت ذرات از سیال که با سطح صفحه تماس دارند صفر است این ذرات بر اثر وجود تنش برشی، سرعت ذرات مجاور خود را کاهش می دهند. این فرایند در تمام جریان ادامه می یابد تا آن که در فاصله عمودی  $y = \delta$  از سطح صفحه متوقف می شود. توجع آن که با افزایش فاصله  $y$ ، مولفه افقی سرعت جریان افزایش می یابد تا آن که  $y = \delta$  به سمت جریان آزاد میل می کند  $(u \rightarrow u_\infty)$ .



ماتوجه به جهت بالا، یک لایه نازک در مجاورت صفحه وجود دارد که در آن  $u$  بر حسب  $y$  تغییر می کند. این لایه را لایه مرزی

راش می دهد که بر روی صفحه تخت در جریان است. هنگامی که جریان سیال از روی صفحه عبور می کند، لایه های از سیال که در مجاورت سطح قرار دارند به آن می چسبند و سرعت آن صفر می شود. بر اثر انتقال حرارت به سطح و این لایه از سیال، لایه های سیال تغییر می کنند. سپس بر اثر انتقال حرارت به سطح ذرات این لایه از سیال و ذرات لایه های بالاتر، لایه های بالاتر نیز تغییر می کنند. بنابراین، در سمت های از سیال که در مجاورت سطح قرار دارند، گرادیان دما به وجود می آید. این ناصیه از سیال و که در آن گرادیان دما به وجود می آید، لایه مرزی گرمایی می نامیم و ضخامت آن را با  $\delta_t$  نمایش می دهیم.  $\delta_t$  فاصله از سطح است که در آن  $\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0.99$  می باشد. در داخل لایه مرزی گرمایی دما از سیال از  $T_s$  بر روی سطح ( $y=0$ ) تا دما  $T_\infty$  آزاد ( $T_\infty$ ) تغییر می کند.



با فرض فاصله از لبه صفحه، اثرات انتقال حرارت به سطح به دست می آید. به عبارت دیگر با فرض  $x$ ، ضخامت لایه مرزی گرمایی ( $\delta_t$ ) اقرایی می یابد. همان طور که گفتیم هنگامی که سیال از روی صفحه عبور می کند، لایه های نازک از سیال به صفحه می چسبند و سرعت آن صفر می شود. در نتیجه چون این لایه سیال روی سطح حرکت ندارد، انتقال حرارت در آن به طریق هدایت انجام می شود. حرارت از سطح جامد به این لایه سیال وارد می شود و در داخل این لایه به طریق هدایت منتقل شده و سپس به طریق جابه جایی به

42/ مساحت و دمای این سطح، به ترتیب  $A_s$  و  $T_s$  است. اگر  $T_s \neq T_\infty$ ، انتقال گرمای جابه جایی در

معدود می شود که در سمت های قبل گفته شد، اگر گرمای  $q$  در سطح و فریب انتقال گرمای جابه جایی  $h$  در  
 مقدار سطح تغییر نکند. آنگاه انتقال گرمای کل در تمام سطح چنین است:

$$Q = \int_{A_s} q'' dA_s$$

با توجه به معادله انتقال گرمای جابه جایی و معادله بالا، نتیجه می شود:

$$Q = (T_s - T_\infty) \int_{A_s} h dA_s \quad (1)$$

با تعریف ضریب جابه جایی متوسط  $\bar{h}$  برای تمام سطح، نرخ انتقال حرارت کل را می توانیم به صورت زیر بیان کنیم:  
 مساحت خاص سطح جامد و سیال (سطح انتقال دهنده)

$$Q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) \quad (2)$$

با توجه به معادله های (1) و (2) ضریب جابه جایی متوسط ( $\bar{h}$ ) از رابطه زیر بدست می آید:

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h dA_s \quad (3)$$

که معادله بالا، رابطه بین ضریب جابه جایی متوسط و ضریب جابه جایی موضعی را نشان می دهد.

\* برای حالت خاص جریان در یک صفحه تخت (شکل صفحه قبل (-))،  $h$  فقط بر حسب فاصله  $x$  از لبه

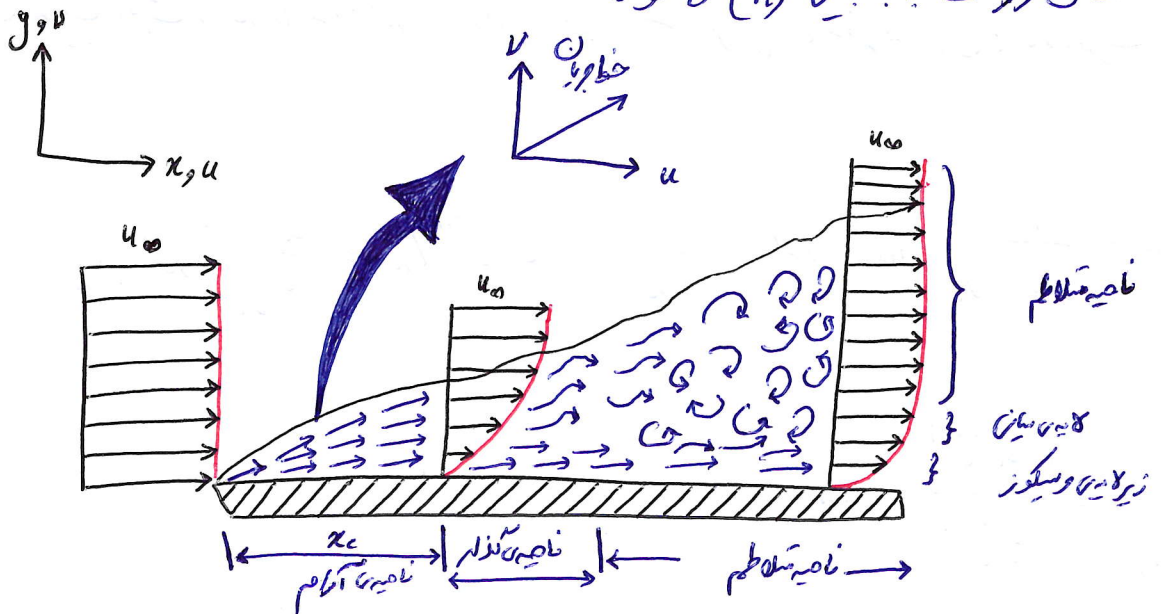
ابتدایی صفحه تغییر می کند. در این حالت معادله (3) به صورت زیر در می آید:

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dx$$

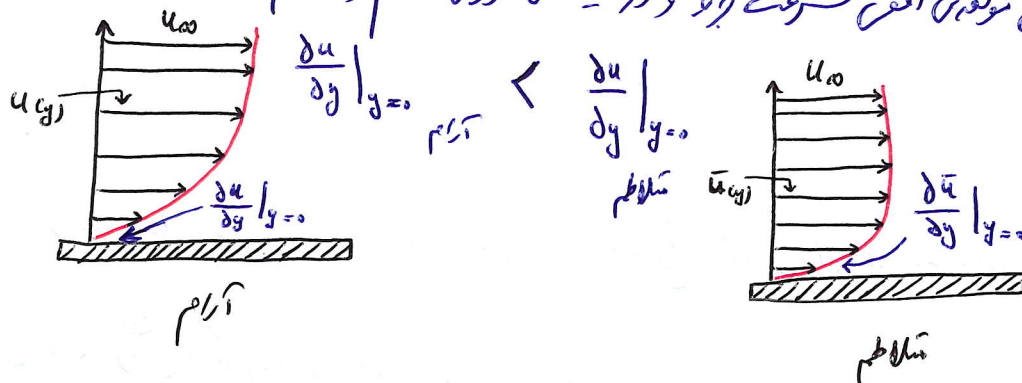


سیال بر اثر این نیروها متعامد لایه مرزی متلاطم می‌شود و پرده‌های لایه مرزی (هیدروکینماتیک و گرایی) نسبت به جریان آرام چپ می‌زنند. این نوسانها همچنین باعث لغزش غریب اصطکاک سطحی (وی) و

غریب انتقال حرارت جانبی (h) می‌شوند.



در شکل زیر منحنی سلفی افقی سرعت جریان و در لایه‌های مرزی آرام و متلاطم نشان داده شده است.



طبق این شکل، منحنی سرعت متلاطم صاف تر است و این ناشی از اختلاط ناحیه‌های میان و متلاطم است. در واقع، این اختلاط باعث ایجاد ریب‌های بزرگ سرعت در ناحیه زیر لایه ویسکوز می‌شود. لذا این ریب، تنش برشی سطحی در ناحیه متلاطم بزرگتر از تنش برشی سطحی در ناحیه آرام است.

\* غریب انتقال حرارت و در نتیجه نرخ انتقال حرارت جانبی در جریان متلاطم از جریان آرام بیشتر است.

\* نقطه تبدیل جریان از حالت آرام به مغشوش را با استفاده از عدد بدون بعد رینولدز (Re) بدست می‌آوریم. عدد



46/ مرزهای آرام رابطه‌ی بین عدد پراشل  $(Pr)$  و لایه‌های مرزی هیدرو دینامیکی  $(\delta)$  و حرارتی  $(\delta_t)$  به صورت زیر است:

$$\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^n$$

\* در گازها  $(Pr \approx 1)$  ضخامت لایه‌ی مرزی سرعت  $(\delta)$  تقریباً برابر با ضخامت لایه‌ی مرزی حرارتی  $(\delta_t)$  است.

\* در فلزات مایع  $(Pr \gg 1)$  ضخامت لایه‌ی مرزی حرارتی خیلی کمتر از ضخامت لایه‌ی مرزی سرعت است.

\* در روغن‌ها  $(Pr \gg 1)$  ضخامت لایه‌ی مرزی حرارتی خیلی کمتر از ضخامت لایه‌ی مرزی سرعت است.

\* مثال (فصل ۶ اینکسپل) آب با سرعت  $u_\infty = 1 \text{ m/s}$  روی یک صفحه تخت، به طول  $L = 0.6 \text{ m}$  جریان دارد. ضریب جابجایی موضعی

در ناحیه‌های آرام و متلاطم، به ترتیب با روابط زیر بیان می‌شوند:

$$h_{lam}(x) = C_{lam} x^{-0.5}$$

$$h_{turb}(x) = C_{turb} x^{-0.2}$$

در این روابط  $x$  دارای واحد متر است.

$$C_{lam,300} = 395 \frac{W}{m^{1.5} \cdot K}$$

$$C_{turb,300} = 2330 \frac{W}{m^{1.8} \cdot K}$$

در دمای  $300 \text{ K}$

$$C_{lam,350} = 477 \frac{W}{m^{1.5} \cdot K}$$

$$C_{turb,350} = 3600 \frac{W}{m^{1.8} \cdot K}$$

در دمای  $350 \text{ K}$

برای دودهای دانه‌دار در بالا، ضریب جابجایی متوسط  $\bar{h}$  را باید

$$\rho = 974 \frac{kg}{m^3}$$

در دمای  $350 \text{ K}$ :

$$\rho = 997 \frac{kg}{m^3}, \quad \mu = 355 \times 10^{-6} \frac{N \cdot s}{m^2}$$

برای آب در دمای  $300 \text{ K}$ :

$$\mu = 365 \times 10^{-6} \frac{N \cdot s}{m^2}$$

## تشابه انتقال اندلزه حرکت و گرما :

تشابه انتقال اندلزه حرکت و گرما، یا رابطه های کلیدی لایه های مرزی هیدرو دینامیک و گرما را به هم مربوط می سازد. به بیان ساده تر

این تشابه بین ضریب اصطکاک  $(C_f)$  که مربوط به لایه مرزی سرعت است و ضریب انتقال حرارت جابه جایی  $(h)$  که

مربوط به لایه مرزی حرارتی است، رابطه برقرار می کند، به طوری که با دانستن یکی می توانیم دیگری را بدست آوریم. برای برقراری

رابطه بین ضریب اصطکاک  $(C_f)$  و ضریب جابه جایی  $(h)$  از تشابه رینولدز و تشابه چلتون - کلپتون استفاده می شود.

**تشابه رینولدز:** در جریان سیال بر روی صفحه تخت اگر دو شرط زیر برقرار باشد:

1. عدد پراش سیال برابر یک باشد  $(Pr=1)$ .

2. گرادیان فشار در جهت جریان صفر باشد  $(\frac{dp}{dx}=0)$ .

آنگاه می توان تشابه رینولدز را به صورت زیر بیان نمود:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{Nu}{Re}$$

در رابطه بالا،  $Nu$  عدد نامست می باشد که به صورت زیر نیز تعریف می شود:

$$Nu = \frac{hx}{k} \rightarrow \text{ضریب هدایت سیال}$$

عدد نامست معیار از انتقال حرارت جابه جایی در سطح است. با دانستن عدد نامست  $(Nu)$  می توانیم ضریب جابه جایی

سیال  $(h)$  را بدست آوریم. عدد نامست هم نقشه را در انتقال حرارت جابه جایی دارد که ضریب اصطکاک  $(C_f)$  در لایه مرزی سرعت دارد.

با تعریف عدد استانتون  $(St)$  به صورت زیر:

$$St = \frac{h}{\rho u_{\infty} C_p} = \frac{Nu}{Re Pr}$$

5/ بنابراین ضخامت لایه مرزی سرعت (δ) با افزایش فاصله از لبه صفحه (x) و افزایش لزجت سیال (μ) و افزایش سرعت آزاد سیال (u<sub>∞</sub>) کاهش می یابد. در حالت حدی اگر سرعت سیال به سمت بی نهایت میل کند (u<sub>∞</sub> → ∞)، ضخامت لایه مرزی سرعت به سمت صفر میل می کند (δ → 0).

\* در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت رابطه ضخامت لایه مرزی سرعت (δ) و حرارتی (δ<sub>t</sub>) با عدد

پراش (Pr) به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{1/3}$$

\* رابطه مربوط به ضخامت لایه مرزی حرارتی به صورت زیر بدست می آید:

$$\delta_t = 5x Re^{-1/2} Pr^{-1/3} \quad \delta_t \propto x^{1/2}, u_{\infty}^{-1/2}$$

بنابراین ضخامت لایه مرزی حرارتی (δ<sub>t</sub>) با افزایش فاصله از لبه صفحه (x) و افزایش سرعت آزاد سیال (u<sub>∞</sub>) کاهش می یابد. در حالت حدی اگر سرعت سیال به سمت بی نهایت میل می کند (u<sub>∞</sub> → ∞) ضخامت لایه مرزی حرارتی به سمت صفر میل می کند (δ<sub>t</sub> → 0).

\* در جریان آرام سیال بر روی صفحه تخت عدد ناسلت موضعی (Nu) از رابطه زیر بدست می آید:

$$Nu = 0.332 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

باید به آوردن عدد ناسلت موضعی (Nu) از رابطه بالا، ضریب جابه جایی موضعی سیال (h) با استفاده از رابطه

مبنی بر عدد ناسلت و ضریب جابه جایی بدست می آید:

$$Nu = \frac{h x}{k} \Rightarrow h = \frac{Nu \cdot k}{x}$$

2. جریان متلاطم:

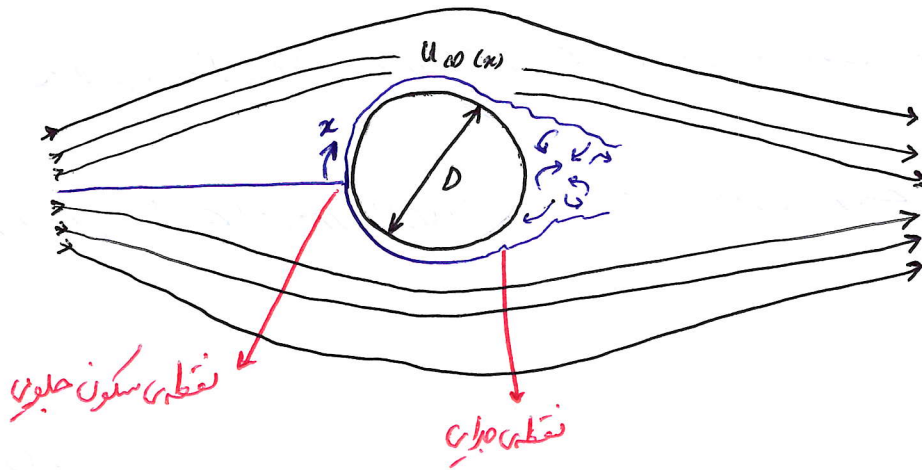
در جریان بر روی صفحه تخت اگر جریان متلاطم باشد، ضخامت لایه مرزی سرعت (δ) از رابطه زیر بدست

52/ در سطح  $\left( \frac{du}{dy} \right)_{y=0}$  سرانجام به صفر می‌رسد. این نقطه را نقطه جدایی می‌نامند. زیرا در این نقطه لایه مرزی

از سطح جدا می‌شود. بعد از این نقطه و جدا شدن لایه مرزی از سطح جریان برگشتی و گردابه به وجود می‌آید. تبدیل لایه مرزی

(از آرام به متلاطم) که به عدد رینولدز بستگی دارد به شدت بر محل نقطه جدایی اثر می‌گذارد. در جریان حول استوانه عدد رینولدز

به صورت زیر تعریف می‌شود:



سرعت جریان آزاد است  $\rightarrow$  قطر استوانه

$$Re_D = \frac{u_{\infty} D}{\nu}$$

\* اگر  $Re_D < 2 \times 10^5$  باشد، لایه مرزی حول استوانه آرام می‌ماند و اگر  $Re_D > 2 \times 10^5$  باشد،

تبدیل لایه مرزی از آرام به متلاطم صورت می‌گیرد.

\* در جریان عمود بر لوله‌ها از رابطه Knudsen & Kate برای محاسبه عدد نامشت استفاده می‌شود. رابطه نادین به

صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Nu = C Re^n Pr^{1/3}$$

در رابطه فوق مقادیر  $C$  و  $n$  وابسته به عدد رینولدز می‌باشند که در جدول صفحه بعد مقادیر آن‌ها در اعداد رینولدز مقادیر

بی حد می‌گویند.



54/  $Nu = \frac{hL}{k}$   $Nu$  نیز تغییر نمی‌کند. به علت تغییر نکردن  $L$  و  $k$  ضریب جابه‌جایی موضعی  $h$  نیز تغییر نمی‌کند. موضعی

برای تعیین ضریب جابه‌جایی، طبق قانون سریش نیوتن، می‌نویسیم:

$$q'' = h(T_{\infty} - T_s) \Rightarrow h = \frac{q''}{T_{\infty} - T_s} = \frac{95000}{115 - 80} = 271 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

برای تعیین گرماي دفع‌کننده از صفحه، مجدداً قانون سریش نیوتن را می‌نویسیم:

$$q''_{L_1} = h_1(T_{\infty} - T_{s,1}) = 271(115 - 70) = 122000 \frac{W}{m^2}$$

(ب) در این حالت، طول صفحه در برابر سرعت هوا، دایم نصف شده است. بنابراین عدد رینولدز  $(Re = \frac{VL}{\nu})$  تغییر نکرده است. ضمناً  $\alpha$  و  $Pr$  نیز تغییر نکرده‌اند. بنابراین عدد ناسلت موضعی ثابت می‌ماند:

$$Nu_1 = Nu_2$$

طول صفحه در دو حالت متفاوت است. بنابراین طبق رابطه  $Nu = \frac{hL}{k}$ ، ضریب جابه‌جایی  $h$  تغییر کرده است.

$$Nu = \frac{h_2 L_2}{k} = \frac{h_1 L_1}{k} \Rightarrow h_2 = h_1 \frac{L_1}{L_2} = h_1 \frac{L_1}{2L_1} = \frac{h_1}{2} = \frac{h}{2}$$

طبق قانون سریش نیوتن:

$$q''_{L_2} = h_2(T_{\infty} - T_{s,2}) = \frac{h}{2}(T_{\infty} - T_{s,2}) = \frac{271}{2}(115 - 80) = 47500 \frac{W}{m^2}$$

اعداد بدون بعد:

عدد رینولدز: عدد رینولدز به صورت نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت بیان تعریف می‌شود. نقش عدد رینولدز تعیین‌کننده آرایش یا

56/ همانند نقش عدد رینولدز در جابجایی اجباری است. هرچه عدد گراسف بزرگتر باشد، میزان انتقال حرارت جابجایی ضریب انتقال حرارت آزاد بیشتر است.

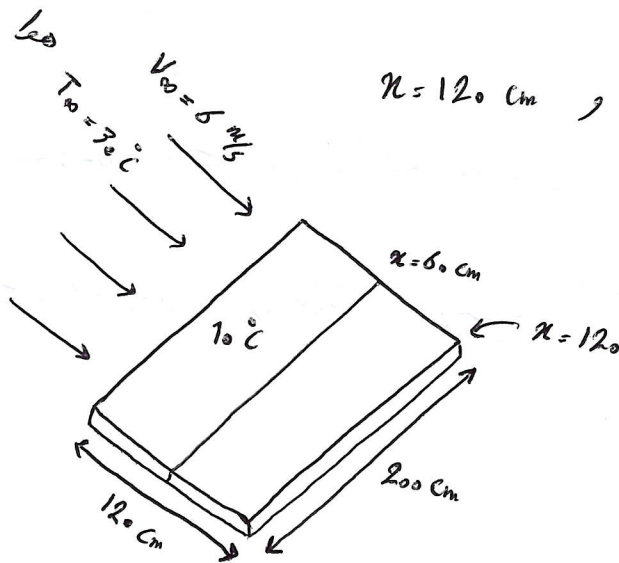
$$Gr = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2} = \frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی لزجت}}$$

مثال هوا در فشار 1 atm و دما 30 °C از زیر یک صفحه تخت به طول 120 cm و عرض 200 cm جریان دارد.

صفحه در دما ثابت 10 °C قرار گرفته است، مطلوب است:

(1) ضریب انتقال حرارت در مواعیل  $x = 60$  cm و  $x = 120$  cm

(2) حرارت انتقال یافته از سیال به صفحه (q)



نکته: ضرایب فیزیکی سیال (ویسکوزیته، چگالی و...) در دما متوسط فیلد  $(T_f)$  اندازه گیری می شود.

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2} = \frac{30 + 10}{2} = 20 \text{ °C} = 293 \text{ K}$$

$$\text{هوا} \begin{cases} \rho = 1.19 \text{ kg/m}^3 \\ Pr = 0.71 \\ k = 0.0251 \text{ W/m.K} \end{cases}$$

$$U_\infty = 15 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$C_p = 1010 \text{ J/kg.K}$$

$$Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu} = \frac{6 \times 0.6}{15 \times 10^{-6}} = 240000 < 5 \times 10^5$$

58/

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{0.986 \times 5.0 \times 0.05}{2.01 \times 10^{-5}} = 1.2 \times 10^5 > 2100 \quad \text{fully}$$

$$C = 0.0266 \quad n = 0.805$$

$$Nu = \frac{h d}{k} = C \cdot Re^n \cdot Pr^{1/2}$$

$$Nu = 0.0266 (1.2 \times 10^5)^{0.805} (0.695)^{1/2} = \frac{h (0.05)}{0.0312}$$

$$h = 180.5$$

$$q = h A (T_s - T_\infty) \Rightarrow \frac{q}{L} = h \pi D (T_s - T_\infty) = 180.5 (3.14) (0.05) (15 - 35)$$

↓  
πDL

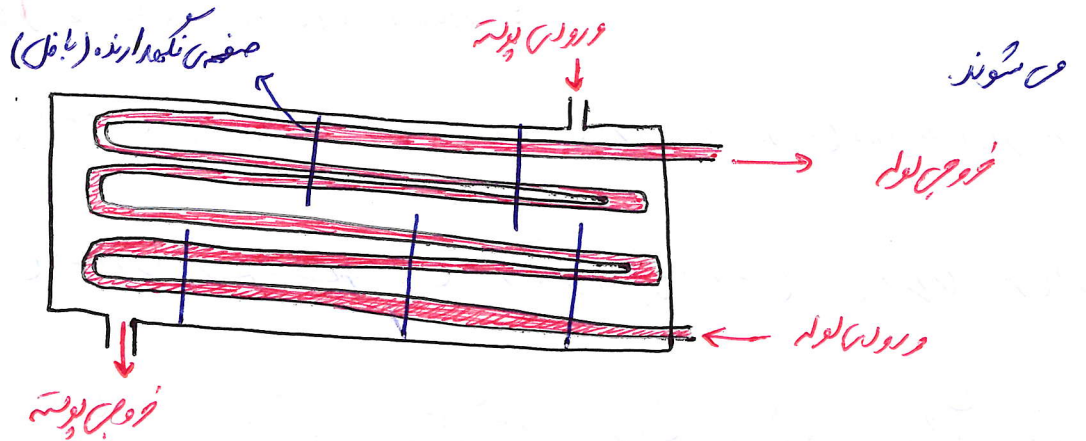
$$\frac{q}{L} = 3258.92 \quad \frac{W}{m}$$

## \* مبدل های پوسته-لوله (Shell and tube heat exchanger):

مبدل های پوسته-لوله نوع دیگری از مبدل های حرارتی هستند. این مبدل ها بسته به تعداد مسیر پوسته و لوله انواع

مختلفه دارند. ساده ترین نوع آن ها شامل یک لوله در باطنی که درون یک پوسته قرار گرفته است. سیال سرد و گرم، یکی

درون لوله و دیگری درون پوسته جریان دارند. این مبدل ها نیز از نظر آرایش جریان به دو نوع جریان موازی و مخالف تقسیم بندی



باقول ها، صفحات نگهدارنده ای هستند که درون پوسته نصب می شوند. باغل ها باعث می شوند تلاطم جریان ها افزایش یابد و

سیال درون پوسته عمود بر لوله ها حرکت کند. با افزایش تلاطم، ضریب انتقال حرارت (h) در سیال داخل پوسته افزایش

می یابد و باعث افزایش میزان انتقال حرارت بین سیال داخل پوسته و سیال داخل لوله می شود.

\* هر چه تعداد باغل ها بیشتر باشد و فاصله بین آن ها کمتر باشد، ضریب انتقال حرارت بیشتر افزایش می یابد.

\* در مبدل های پوسته-لوله سیال که دما و فشار آن بیشتر است و سیال که رسوب زار، کثیف، سمی و یا خورنده

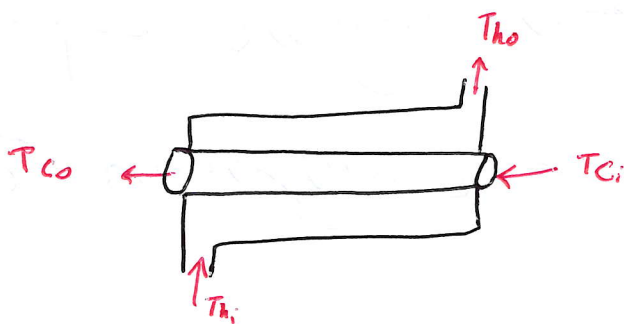
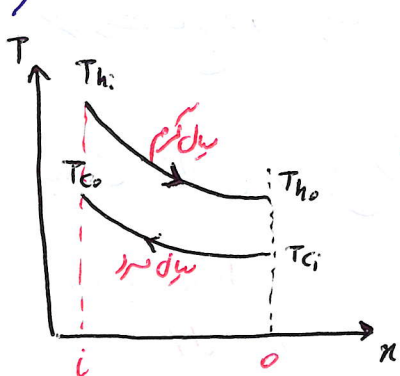
می باشد باید درون لوله جریان یابد. همچنین سیال لزج تر، سیال با دینامیک کمتر و سیال با ضریب چسبندگی کمتر باید در لوله جریان یابد.

(مثل گازها) باید درون پوسته جریان یابد.

**تحلیل مبدل های حرارتی:** اگر فرض کنیم که حرارت از مبدل به محیط منتقل نمی شود و انتقال حرارت فقط بین

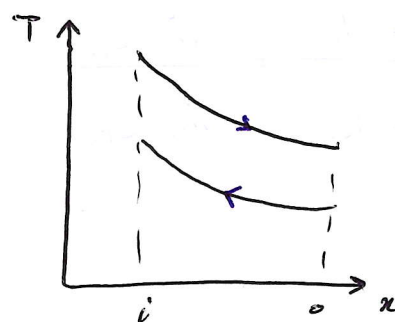
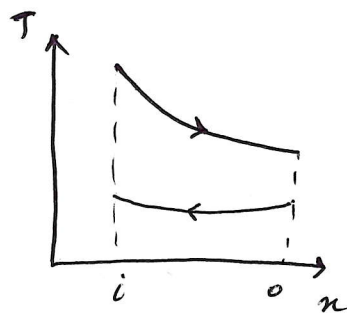
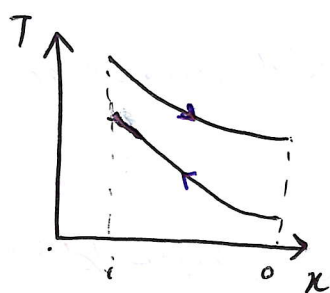
سیال سرد و گرم انجام می شود در این صورت تمام حرارتی که از سیال گرم به سیال سرد منتقل می شود





همانطور که از شکل بالا مشخص است از ورودی تا خروجی مبدل، دماهای سرد افزایش و دماهای مبدل گرم کاهش می یابند.

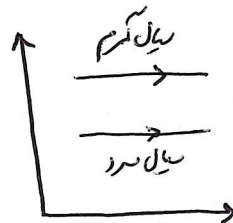
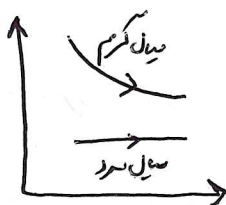
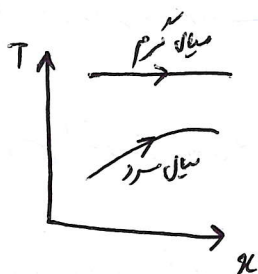
\* اختلاف دما بین مبدل گرم و مبدل سرد از ورودی تا خروجی مبدل می تواند، افزایش، کاهش و یا ثابت بماند.



\* در مبدل های حرارتی با جریان مخالف، دماهای خروجی مبدل سرد ( $T_{c,o}$ ) می تواند از دماهای خروجی مبدل گرم ( $T_{h,o}$ ) <sup>نکته</sup>

بیشتر باشد.

\* اگر مبدل گرم یا مبدل سرد در مبدل در حال تغییر فاز باشد، دماهای آن در طول مبدل ثابت است. (مبدل سرد در حال جوشش و یا مبدل گرم در حال میعان)



\* به طور کلی دو روش برای تحلیل مبدل های حرارتی وجود دارد:

۱. روش اختلاف دما متوسط لگاریتمی (LMTD): از این روش زمان استفاده می شود که دماهای ورودی مبدل سرد

\* آب یارماں 70 °C وار مبدل نده و بارماں 40 °C از مبدل خارج من شود، اگر روغن بارماں 200 °C از دماں

20 °C و 25 °C برده در صورتی که ظرفیت گرمایی آب را 4200 J/kg °C و روغن را 1900 J/kg °C در نظر بگیریم

مطلوبت: \* ظرفیت گرمایی انتقال حرارت را  $U = 300 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  در نظر

بگیرید

(1) سطح مقطع مبدل در حالت همسو؟

(2) سطح مقطع مبدل در حالت ناهمسو؟

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$$

(3) مقدار در آب؟

$$Q = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T = 2 \times 1900 \times (25 - 10) = 57000 \text{ W}$$

(1) همسو

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left( \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} = \frac{60 - 15}{\ln \left( \frac{60}{15} \right)} = 32.37$$

1.39

$$\Delta T_1 = 70 - 10 = 60$$

$$\Delta T_2 = 40 - 25 = 15$$

$$57000 = 300 \times A \times 32.37 \Rightarrow A = \frac{57000}{9711} = 5.87 \text{ m}^2$$

(2) ناهمسو

$$\Delta T_{lm} = \frac{45 - 30}{\ln \left( \frac{45}{30} \right)} = 37.01$$

0.405

$$\Delta T_1 = 70 - 25 = 45$$

$$\Delta T_2 = 40 - 10 = 30$$

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_o A_o} + R_w + \frac{R_{fi}}{A_i} + \frac{R_{fo}}{A_o}$$

ضریب انتقال حرارت درونی  $h_i$    
 ضریب انتقال حرارت بیرونی  $h_o$    
 مقاومت حرارتی دیواره  $R_w$    
 ضریب انتقال حرارت از سیال به دیواره درونی  $R_{fi}$    
 ضریب انتقال حرارت از دیواره به سیال بیرونی  $R_{fo}$

ضربِ رسوب  $(R_f)$  (Pauling Resistance): ناخالصی ہاے سیال، رنگ زدن و سایر داکش ہاے شیار

بین سیال و سطح مبدل باعث رسوب گرفتن سطح مبدل می شود و لایه رسوب ایجاد شده بر روی سطح در برابر انتقال

حلقه مقاومت ایجاد نکند. با مصرف ضریب رسوب  $(R_p)$  اثر این مقاومت در انتقال حرارت داخل میل لحاظ شود.

$$R_f = \frac{1}{V_{dirty}} - \frac{1}{V_{clean}}$$

ضرب انتقال وارے کل میل در  
حالت کیفی (بار سوچ)

\* ضربِ رسوب بالقرائیں (ماو کاٹیں) سرعتِ میل القرائیں میں باید۔

\* اگر سطوح مبدل رسوب چندان زیاد باشد از مقاومت رسوب صرف نظر شود.

نرمیل های وارثی، لوله ها دارای عوارض نازک و با ضریب هدایت وارثی (۱۰) بالا هستند، بنابراین، معاومت هدایتی آن ها

(Rw) ناچیز ہے۔ (عبارت نازک، سابرینہ،  $A_i \approx A_0$ )۔ درانی صودے رابطہ ضرب انتقال ہمارے کلر تبدیل ہے

صورت زیر سان می شود:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

نیما برایش، بازده، مبدل حرارتی (ε) برابر است با:

$$\epsilon = \frac{q}{q_{max}} = \frac{C_c (T_{co} - T_{ci})}{C_{min} (T_{hi} - T_{ci})} = \frac{C_h (T_{hi} - T_{ho})}{C_{min} (T_{hi} - T_{ci})}$$

\* بازده، عملکرد مبدل را به صورت زیر نیز می‌توان بیان کرد:

$$\epsilon = \frac{\Delta T \text{ (مبدل میانی)}}{\Delta T_{max}} = \frac{\text{اختلاف دمای سیال حداقل}}{\text{حداکثر اختلاف دمای مبدل}}$$

\* سیال حداقل (میانی) است که نرخ ظرفیت حرارتی آن  $(C = \dot{m} c_p)$  کوچکتر است. به عبارت دیگر سیال حداقل سیال است که اختلاف دمای ورودی و خروجی آن بیشتر باشد.

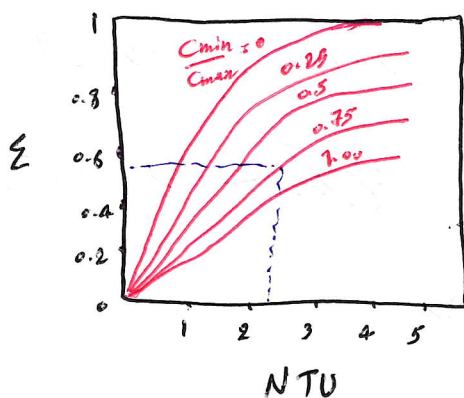
\* علاوه بر بازده (ε)، یک پارامتر دیگر در تحلیل مبدل‌ها به کار می‌رود. این پارامتر، که آن را تعداد واحد انتقال می‌گویند، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{\Delta T \text{ (سیال حداقل)}}{\Delta T_{lm}}$$

\* رابطه بین ε و NTU برای همه مبدل‌های حرارتی به صورت زیر است:

$$\epsilon = f(NTU, Cr) \quad , \quad Cr = \frac{C_{min}}{C_{max}} \quad \text{نسبت ظرفیت گرمایی}$$

\* رابطه بین ε و NTU به صورت نمودارهای موجود است و با دانش دیگر می‌توانیم دیگر رابطه‌ها را بدست آوریم.



\* مثلاً نمودار زیر برای انواع مبدل‌ها (دولوله، پشته-لوله) با

تعداد عبورهای مختلف و هم‌سو یا ناهم‌برون جریان موجود است



باتوجه به مقادیر حاصل برای  $C_h$  و  $C_c$

$$C_{min} = C_h$$

$$q_{max} = C_{min} (T_{h,i} - T_{c,i}) = 1889 (300 - 35) = 5.00 \times 10^5 \text{ W}$$

آهنگ واقعی انتقال گرما به صورت زیر است:

$$q = \dot{m}_c c_{p,c} (T_{c,o} - T_{c,i}) = 1 \times 4197 (125 - 35) = 3.78 \times 10^5 \text{ W}$$

بازدهی مبدل عبارت است از:

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{max}} = \frac{3.78 \times 10^5 \text{ W}}{5.00 \times 10^5 \text{ W}} = 0.75$$

$$NTU = \frac{U_h A_h}{C_{min}} \approx 2.1$$

$$A_h = \frac{2.1 (1889)}{100} = 39.7 \text{ m}^2$$

در مثال قبل، فرض کنید گاز اهراف با آهنگ  $1.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  و دما  $250^\circ \text{C}$  وارد مبدل می شود. آهنگ انتقال گرما

در مبدل و دماهای خروجی گاز و آب را باید بدین سطح تبادل گرما  $40 \text{ m}^2$  است. مانند مثال قبل  $\dot{m}_c = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

$T_{c,i} = 35^\circ \text{C}$  و ضریب انتقال گرما در سطح گاز  $100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$  است.

$$C_c = \dot{m}_c c_{p,c} = 1 \times 4197 = 4197 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$C_h = \dot{m}_h c_{p,h} = 1.5 \times 1000 = 1500 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$C_{min} = C_h$$

در نتیجه

